

АЛГЕБРА, 8 класс

Тема урока: «Квадратные уравнения»

Если ты услышишь, что кто-то не любит математику, не верь.

Её нельзя не любить - её можно только не знать.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

Квадратным уравнением называется

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,

где x - переменная,



a , b и c некоторые числа,

причем $a \neq 0$.

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$$

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$6x + x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 - 8x - 7 = 0$$

$$25 - 10x + x^2 = 0$$

НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$a \neq 0, b = 0, c = 0$$

$$3x^2 - 2x = 0$$

$$2x + x^2 = 0$$

$$125 + 5x^2 = 0$$

$$49x^2 - 81 = 0$$

*Определите коэффициенты
квадратного уравнения:*

1 вариант

а) $6x^2 - x + 4 = 0$

б) $12x - x^2 = 0$

в) $8 + 5x^2 = 0$

2 вариант

а) $x - 6x^2 = 0$

б) $-x + x^2 - 15 = 0$

в) $-9x^2 + 3 = 0$

1 вариант

а) $a = 6, b = -1, c = 4;$

б) $a = -1, b = 12, c = 0;$

в) $a = 5, b = 0, c = 8;$

2 вариант

а) $a = -6, b = 1, c = 0;$

б) $a = 1, b = -1, c = -15;$

в) $a = -9, b = 0, c = 3.$

РЕШЕНИЕ НЕПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$b=0$$
$$ax^2+c=0$$

1. Перенос c в правую часть уравнения.

$$ax^2 = -c$$

2. Деление обеих частей уравнения на a .

$$x^2 = -c/a$$

3. Если $-c/a > 0$ - два решения:

$$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}} \quad \text{и} \quad x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Если $-c/a < 0$ - нет решений

$$c=0$$
$$ax^2+bx=0$$

1. Вынесение x за скобки:
$$x(ax + b) = 0$$
2. Разбиение уравнения на два равносильных:
$$x=0 \quad \text{и} \quad ax + b = 0$$
3. Два решения:
$$x = 0 \quad \text{и} \quad x = -b/a$$

$$b, c=0$$
$$ax^2=0$$

1. Деление обеих частей уравнения на a .

$$x^2 = 0$$

2. Одно решение: $x = 0$.

РЕШИ НЕПОЛНЫЕ УРАВНЕНИЯ :

1 вариант:

а) $2x + 3x^2 = 0$

б) $3x^2 - 243 = 0$

в) $6x^2 = -10x - 2x(5 - 3x)$.

2 вариант:

а) $3x^2 - 2x = 0$

б) $125 - 5x^2 = 0$

в) $-12x - 6x(2 - 3x) = 18x^2$

Проверь товарища

1 вариант

$$a) x(2+3x)=0,$$

$$x=0 \text{ или } 2+3x=0,$$

$$3x = -2,$$

$$x = -2/3.$$

Ответ: 0 и $-2/3$.

$$б) 3x^2 = 243,$$

$$x^2 = 243/3,$$

$$x^2 = 81,$$

$$x = -9, x = 9.$$

2 вариант

$$a) x(3x - 2) = 0,$$

$$x=0 \text{ или } 3x-2=0,$$

$$3x = 2,$$

$$x = 2/3.$$

Ответ: 0 и $2/3$.

$$б) -5x^2 = -125,$$

$$x^2 = -125/-5,$$

$$x^2 = 25,$$

$$x = -5, x = 5.$$

Динамическая пауза

- а) $3x^2 - 5x - 2 = 0$
- б) $4x^2 - 4x + 1 = 0$
- в) $x^2 - 2x + 3 = 0$
- г) $6x^2 - x + 4 = 0$
- д) $12x - x^2 = 0$
- ж) $5x^2 - 4x + 2 = 0$
- з) $4x^2 - 3x - 1 = 0$
- и) $x^2 - 6x + 9 = 0$
- к) $x - 6x^2 = 0$
- л) $-x + x^2 - 15 = 0$

Способы решения полных квадратных уравнений

1. Выделение квадрата двучлена.

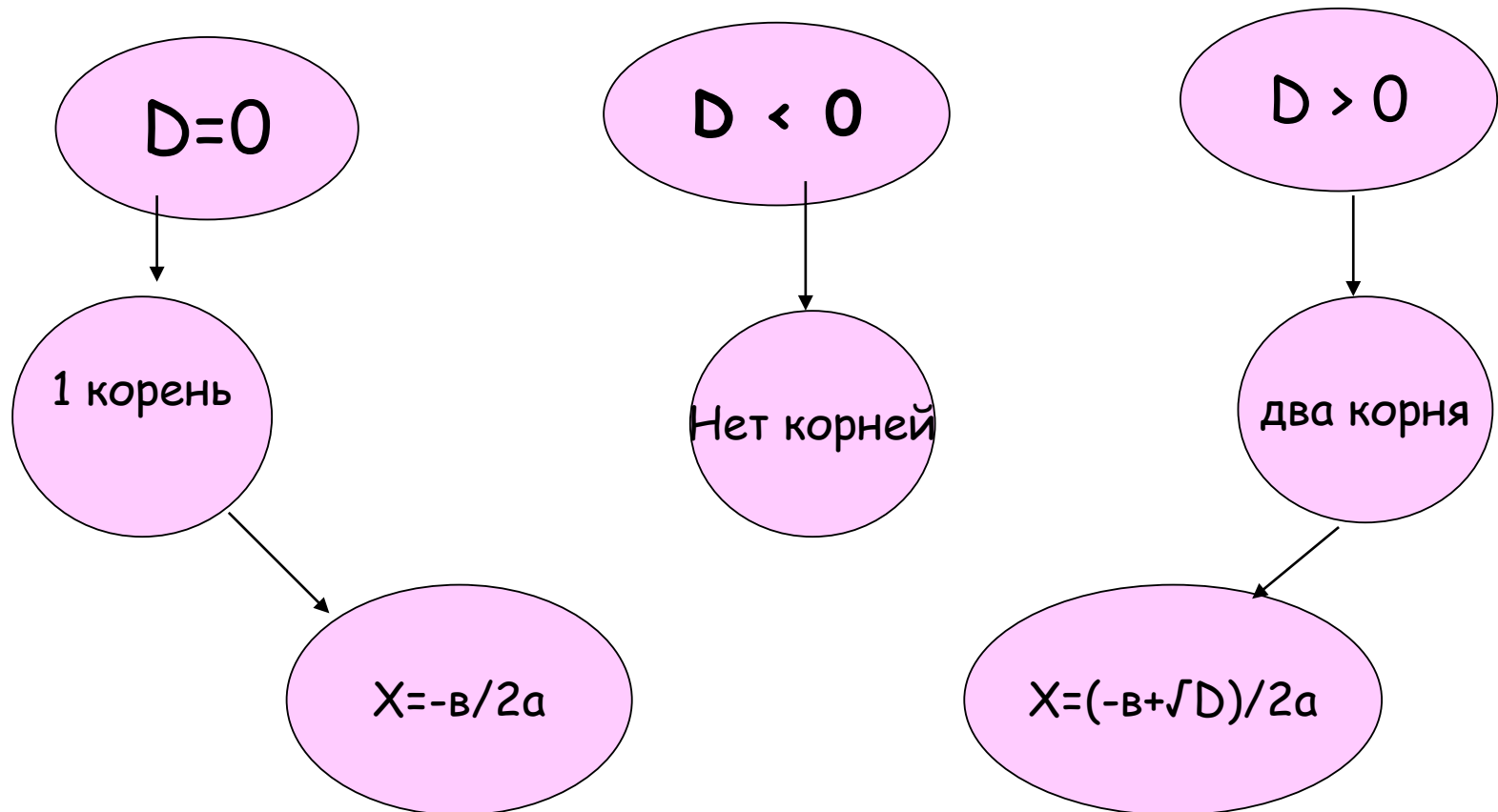
2. Формула: $D = b^2 - 4ac$, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

3. Теорема Виета.

От чего зависит количество корней квадратного уравнения?

Ответ:

От знака D - дискриминанта.



Вычисли дискриминант и определи количество корней квадратного уравнения

1 вариант

2 вариант

• $a) 3x^2 - 5x - 2 = 0$

$a) 5x^2 - 4x + 2 = 0$

• $b) 4x^2 - 4x + 1 = 0$

$b) 4x^2 - 3x - 1 = 0$

• $b) x^2 - 2x + 3 = 0$

$b) x^2 - 6x + 9 = 0$

Проверь товарища $D=b^2-4ac$

1 вариант

• а) $D = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49,$

2 корня;

• б) $D = (-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0,$

1 корень;

• в) $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -8,$

нет корней

2 вариант

а) $D = (-4)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = -24,$

нет корней;

$D = (-3)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1) = 25,$

2 корня;

$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0,$

1 корень

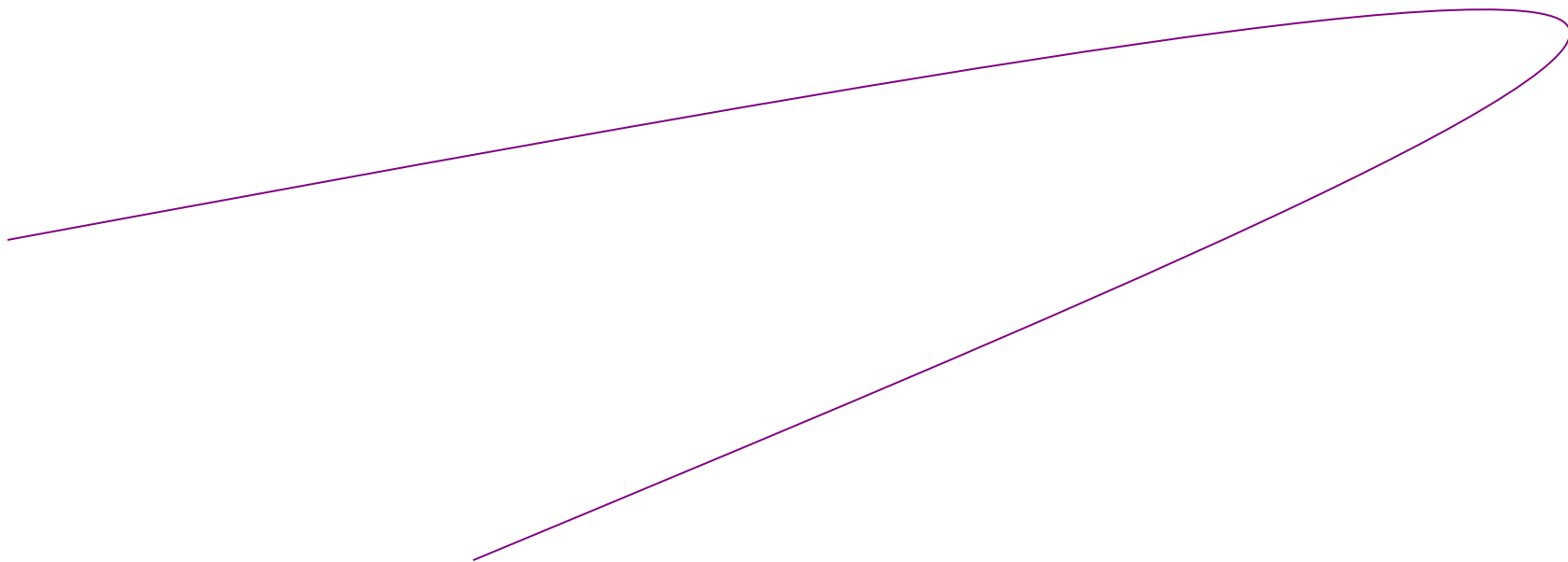
РЕШИ УРАВНЕНИЯ
С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛЫ :

1 вариант:

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

2 вариант:

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$



Проверь себя

1 вариант

$$2x^2 + 5x - 7 = 0,$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 81 = 9^2,$$

$$x = \frac{-5 - 9}{2 \cdot 2} = -14/4 = -3,5,$$

$$x = \frac{-5 + 9}{4} = 4/4 = 1.$$

Ответ: -3,5 и 1.

2 вариант

$$2x^2 + 5x - 3 = 0,$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49 = 7^2,$$

$$x = \frac{-5 - 7}{2 \cdot 2} = -12/4 = -3,$$

$$x = \frac{-5 + 7}{4} = 2/4 = 0,5.$$

Ответ: -3 и 0,5.

Исторические сведения:

Квадратные уравнения впервые встречаются в работе индийского математика и астронома Ариабхатты.

Другой индийский ученый Брахмагупта (VII в) изложил общее правило решения квадратных уравнений, которое практически совпадает с современным.

В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. Задачи часто облекались в стихотворную форму.

Вот задача Бхаскары:

*Обезьянок резвых стая, всласть поевши, развлекалась.
Их в квадрате часть восьмая на полянке забавлялась.
А двенадцать по лианам стали прыгать, повисая.
Сколько ж было обезьянок, ты скажи мне, в этой стае?*

Решение задачи Бхаскары:

Пусть было x обезьянок,
тогда на поляне забавлялось $-(x/8)^2$ и 12
прыгали по лианам.

Составим уравнение:

$$\cdot (x/8)^2 + 12 = x,$$

$$x^2/64 + 12 - x = 0, \quad / * 64$$

$$x^2 - 64x + 768 = 0,$$

$$D = (-64)^2 - 4 * 1 * 768 = 4096 - 3072 = 1024 = 32^2,$$

2 корня

$$x = (64 - 32)/2 = 16,$$

$$x = (64 + 32)/2 = 48.$$

Ответ: 16 или 48 обезьянок.

СПАСИБО ЗА УРОК!

